

ỨNG DỤNG ĐỒ HỌA MATLAB TRONG TÍNH TOÁN CÁC BÀI TOÁN CƠ HỌC KẾT CẤU BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

MATLAB GRAPHIC APPLICATIONS IN CALCULATION OF STRUCTURAL MECHANICAL PROBLEMS BY FEM

Lương Thị Bảo Yến

Tóm tắt:

Đồ họa Matlab bao gồm các lệnh cho các dữ liệu hai chiều hoặc ba chiều, xử lý hình ảnh, cũng như thiết kế giao diện đồ họa người dùng. Trong bài báo này, tác giả nghiên cứu sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) và phần mềm Sap2000 để tính toán các bài toán trong cơ học kết cấu, từ đó thể hiện các biểu đồ thông qua đồ họa 2D của Matlab. Hơn nữa, tác giả trình bày một số ví dụ cụ thể ứng dụng FEM để giải các bài toán cơ học kết cấu, thể hiện biểu đồ nội lực bằng đồ họa 2D của Matlab và so sánh với kết quả tính toán bằng Sap2000. Từ đó có thể ứng dụng để tính toán, kiểm tra các bài toán cơ học kết cấu một cách thuận tiện, dễ dàng hơn.

Từ khóa: Đồ họa Matlab, phương pháp phần tử hữu hạn, tính toán số, FEM, cơ học kết cấu.

Abstract:

Matlab graphics includes commands for two- or three-dimensional data, image processing, as well as graphical user interface design. In this paper, the author uses the finite element method (FEM) and Sap2000 software to calculate problems in structural mechanics, thereby presenting the graphs through Matlab's 2D graphics. Furthermore, the author presents some specific examples of FEM application to solve structural mechanics problems, shows the internal force diagram with 2D graphics of Matlab and compares with the results calculated by Sap2000. From there, it can be applied to calculate and check structural mechanics problems more conveniently and easily.

Keywords: Matlab graphics, finite element method, numerical computation, FEM, structural mechanics.

1. Đặt vấn đề

Hiện nay, Matlab (Matrix Laboratory) là một trong những chương trình tính toán số và lập trình hữu ích và phổ biến trong các ngành khoa học và kỹ thuật. Matlab bao gồm các giao diện đồ họa và các toolbox đã được chuyên môn hóa. Ngoài ra, đồ họa là một trong những tính năng nổi bật của Matlab, cung cấp các đồ thị được tích hợp sẵn để hiển thị hình ảnh dữ liệu và các công cụ để tạo đồ thị tùy chỉnh. Trong ba nội dung chính của phương pháp phần tử hữu hạn bao gồm xây dựng mô hình; thiết lập phương trình cân bằng và giải; xử lý kết quả, đồ họa Matlab thường được chọn để thực hiện phần xử lý kết quả, cụ thể là dùng để thể hiện các kết quả tính toán như vẽ biểu đồ nội lực.

Trong giới hạn bài báo này, tác giả ứng dụng (FEM) và Sap2000 để tính toán trên một số bài toán cơ học kết cấu thể hiện bằng các ví dụ cụ thể trên bài toán dầm, khung, dàn, sau đó vẽ biểu đồ nội lực trên đồ họa 2D của Matlab. Từ đó so sánh kết quả giữa hai phương pháp tính để rút ra ưu điểm chính của đồ họa Matlab.

2. Tổng quan về các nghiên cứu trong và ngoài nước

2.1. Đồ họa Matlab

Matlab là từ viết tắt của Matrix Laboratory

ThS. Lương Thị Bảo Yến

Khoa Xây dựng - Trường ĐHXD Miền Tây

Email: luongthibaoyen@mtu.edu.vn

ĐT: 0909 574 575

Ngày nhận bài: 16/5/2022

Ngày gửi phản biện: 01/6/2022

Ngày chấp nhận đăng: 09/6/2022

(Phòng thí nghiệm ma trận) được Clever Moler - Nhà phân tích số tại Khoa Khoa học Máy tính tại Đại học New Mexico phát minh vào năm 1970. Matlab là một môi trường ngôn ngữ lập trình trên cơ sở ma trận, các tính năng chính của đồ họa Matlab bao gồm ngôn ngữ cấp cao; đồ họa 2-D/3-D; đồ họa màu và ma trận truy tìm; các hàm toán học cho các lĩnh vực khác nhau; các công cụ tương tác để khám phá, thiết kế và giải quyết vấn đề lặp đi lặp lại; cũng như các chức năng để tích hợp các thuật toán dựa trên Matlab với các ứng dụng và ngôn ngữ bên ngoài. Ngoài ra, Matlab có đầy đủ các kiểu dữ liệu đơn giản như: số nguyên, số thực, ký tự, logic (boolean). Vì vậy, Matlab được ứng dụng rộng rãi trong lĩnh vực khoa học kỹ thuật và đời sống.

Đồ họa Matlab là phương tiện để hiển thị véc tơ và ma trận ở dạng đồ thị bao gồm những hàm cao cấp dùng để hiển thị hai chiều và ba chiều. Hơn nữa, Matlab còn có những hàm cấp thấp cho phép người dùng xây dựng hoàn chỉnh giao diện dạng đồ thị.

Đồ họa là một tính năng quan trọng trong Matlab với rất nhiều kiểu đồ thị khác nhau như biểu đồ dạng đường, các đường cong, mặt cong ba chiều... Matlab có thể thể hiện đồ thị trong hệ tọa độ phẳng và cả không gian ba chiều. Ngoài ra Matlab còn cung cấp giao diện để người dùng trực tiếp chỉnh sửa hình vẽ, điền vào các ghi chú theo ý muốn.

2.2. Phương pháp phần tử hữu hạn

Phương pháp phần tử hữu hạn là một phương pháp số dùng để tìm nghiệm gần đúng của các bài toán kỹ thuật. Thực chất của phương pháp phần tử hữu hạn là giải chính xác phương trình gần đúng của lý thuyết đàn hồi. Ưu điểm của phương pháp phần tử hữu hạn là đơn giản, tránh được khó khăn về điều kiện biên phức tạp, độ chính xác phụ thuộc sự hội tụ của bài toán.

Trong phương pháp phần tử hữu hạn, miền bài toán được rời rạc thành một tập hữu hạn những miền con (gọi là phần tử), được liên kết với nhau tại các nút. Một bài toán được thiết lập trên mỗi miền con và được đưa về dạng hệ phương trình đại số thông qua hàm xấp xỉ trên từng phần tử. Tiếp theo, hệ phương trình đại số tuyến tính cho

toàn miền bài toán được thiết lập sau quá trình kết nối các ma trận độ cứng và véc tơ tải. Sau đó, điều kiện được áp đặt trước khi giải hệ phương trình đại số tuyến tính để tìm nghiệm xấp xỉ tại các nút của miền bài toán.

Phương pháp phần tử hữu hạn tổng quát bao gồm 6 bước chính:

- Bước 1: Rời rạc hóa kết cấu;
- Bước 2: Thiết lập ma trận độ cứng phần tử và ghép nối ma trận độ cứng tổng thể;
- Bước 3: Thiết lập véc tơ tải phần tử và ghép nối véc tơ tải tổng thể;
- Bước 4: Thiết lập hệ phương trình hệ thống và áp đặt điều kiện biên;
- Bước 5: Giải hệ phương trình hệ thống;
- Bước 6: Hoàn thiện.

Phương pháp phần tử hữu hạn đóng vai trò quan trọng trong việc giải các bài toán kỹ thuật do tính hệ thống, linh hoạt và hiệu quả.

2.3. Tình hình nghiên cứu trong và ngoài nước

Năm 1999, Akemi Gálvez và cộng sự, Moscow, Russia trong bài báo Applying MATLAB to Computer Graphics and CAGD. Application to a Visualization Problem in the Automotive Industry [1] đã giới thiệu về Matlab, lợi ích của tính toán số và vì sao phải chọn Matlab ứng dụng vào đồ họa máy tính. Từ đó, tác giả đã nêu một số lệnh liên quan đến đồ họa Matlab và trực quan hóa vào ngành công nghiệp ô tô. Năm 2004 tác giả cuốn Fundamentals of finite element analysis, David V. Hutton [2] nghiên cứu lý thuyết phần tử hữu hạn, giới thiệu FEM cũng như cách thiết lập các ma trận độ cứng, tính toán cho các phần tử lò xo, thanh, dàn, phần tử cong và các ứng dụng trong truyền nhiệt, cơ học chất lỏng và cơ học vật rắn.

Những năm gần đây tính toán số dần phát triển mạnh mẽ thúc đẩy nhiều nghiên cứu cụ thể về FEM. Trong các sách, giáo trình [3], [4], [5], [6], [7] các tác giả giới thiệu phương pháp phần tử hữu hạn, nghiên cứu lý thuyết về FEM, đưa ra cơ sở và các bước tính toán chung dành cho các bài toán kỹ thuật, cụ thể tính toán cho phần tử dạng thanh như dàn, dầm và phần tử khung, bài toán về động lực học kết cấu. Tác giả Chu Quốc Thắng

còn nghiên cứu cho hệ khung không gian, phần tử bậc cao, phần tử đẳng tham số. Tác giả Nguyễn Hoài Sơn phân tích thêm về vật rắn đàn hồi và vật rắn tròn xoay. Một số nghiên cứu mới như bài toán dẫn nhiệt, FEM trong tính toán kết cấu tấm, vỏ hoặc tính toán cho vật liệu, kết cấu composite được tác giả Trần Ích Thịnh trình bày thêm trong tài liệu [7]. Đặc biệt tác giả Cao Quốc Khánh, Nguyễn Thanh Trúc của trường đại học Xây dựng Miền tây đã có đề tài "*Nghiên cứu sử dụng Matlab phân tích tĩnh hệ thanh phẳng bằng phương pháp phần tử hữu hạn*"[8], trong đề tài nhóm tác giả đã ứng dụng phương pháp phần tử hữu hạn để tính toán chuyển vị, nội lực của kết cấu hệ thanh bao gồm hệ lò xo, thanh chịu kéo, nén dọc trục, dàn phẳng, dầm phẳng và thể hiện thành các dạng biểu đồ bằng đồ họa Matlab. Đây là nghiên cứu gần đây nhất và cụ thể sử dụng đồ họa Matlab để biểu diễn biểu đồ cho kết quả của phần tính toán bài toán hệ thanh phẳng. Tuy nhiên trong đề tài trên nhóm tác giả chỉ so sánh với kết quả giải tay chưa kiểm tra kết quả tính toán bằng FEM với kết quả tính toán bằng phần mềm tính toán số khác.

3. Ứng dụng Matlab để tính toán và thể hiện bằng đồ họa Matlab cho các bài toán kết cấu [8]

3.1. Dầm phẳng

Nhập dữ liệu vào chương trình Matlab, chỉ nhập giá trị tại 2 đầu nút của mỗi thanh. Trước khi chạy chương trình DamPhangTQ() thì thay đổi số liệu cụ thể từng bài toán bằng cách thay đổi 16 dòng code sau:

- Quy đổi giá trị q, P, M để có thể vẽ biểu đồ

Dòng 12-14: $q=q$; $P=P$; $M=M$;

- Chiều dài các thanh dầm theo thứ tự từ 1 đến n

Dòng 16: $D=[]$;

- Giá trị mô đun đàn hồi

Dòng 18: $E=E$;

- Moment quán tính của các thanh dàn theo thứ tự từ 1 đến n

Dòng 20: $MI_{inertia}=[]$;

- Điều kiện biên tại các nút, bằng 0 nếu không có chuyển vị, bằng 1 nếu có chuyển vị

Dòng 22: $DKB=[]$;

- Tên 2 đầu nút của thanh dàn theo thứ tự từ 1 đến n

Dòng 24: $LL=[]$;

Lực tác dụng tại các nút có chuyển vị

Dòng 26: $PN=[]$;

- Các lực tác dụng tại vị trí giữa thanh (kể cả lò xo)

Dòng 28-30: $qq=[]$; $PT=[]$; $MM=[]$;

- Hệ số dùng để tăng giảm kích thước biểu đồ (mặc định =1)

Dòng 32: $kkk=1$;

- Tọa độ của các lò xo theo thứ tự từ 1 đến n

Dòng 34-35: $xlx=[]$; $ylx=[]$;

- Độ cứng của các liên kết lò xo theo thứ tự từ 1 đến n

Dòng 37: $klx=[]$;

- Sau khi nhập dữ liệu xong ta bấm nút "Run" hoặc đánh lệnh "DamPhangTQ()" vào cửa sổ Command Window trong Matlab để chạy chương trình và chờ kết quả.

3.2. Dàn phẳng

Nhập dữ liệu vào chương trình Matlab, trước khi chạy chương trình DanPhang() thì ta cần nhập số liệu của bài toán vào 10 dòng code sau:

- Tiết diện mặt cắt ngang thanh dàn theo thứ tự từ 1 đến n

Dòng 12: $Area=[]$;

- Điều kiện biên tại các nút, bằng 0 nếu không có chuyển vị, bằng 1 nếu có chuyển vị

Dòng 14: $DKB=[]$;

- Tên 2 đầu nút của thanh dàn theo thứ tự từ 1 đến n

Dòng 16: $LL=[]$;

- Lực tác dụng tại các nút có chuyển vị

Dòng 18: $P=[]$;

- Tọa độ của các nút theo thứ tự từ 1 đến n

Dòng 20: $x=[]$;

Dòng 21: $y=[]$;

- Giá trị mô đun đàn hồi
Dòng 23: $E=E$;
- Độ cứng của các liên kết lò xo theo thứ tự từ 1 đến n
Dòng 25: $klx=[\]$;
- Hệ số nhân vào M để có thể vẽ biểu đồ ra số nguyên
Dòng 27: $kkk=1$;
- Hệ số dùng để tăng giảm kích thước biểu đồ (mặc định =1)
Dòng 29: $bieudo=1$;
- Sau khi nhập dữ liệu xong ta bấm nút “Run” hoặc đánh lệnh “DanPhang()” vào cửa sổ Command Window trong Matlab để chạy chương trình và chờ kết quả.

3.3. Khung phẳng

Nhập dữ liệu vào chương trình Matlab, tương tự như cách nhập dữ liệu đối với bài toán dầm phẳng.
- Sau khi nhập dữ liệu xong ta bấm nút “Run” hoặc đánh lệnh “KhungPhangDG()” vào cửa sổ Command Window trong Matlab để chạy chương trình và chờ kết quả.

3.4. Một số lệnh vẽ cơ bản thường áp dụng trong đồ họa Matlab

Matlab có các công cụ hiệu quả để hiển thị các véc tơ và ma trận ở dạng đồ thị. Bên cạnh đó, việc chú thích và in ấn các đồ thị này cũng được trình bày rất rõ ràng. Dưới đây là một số hàm quan trọng về đồ họa của Matlab thường được sử dụng trong phương pháp phần tử hữu hạn.

Bảng 1: Một số lệnh vẽ cơ bản

Hàm	Giải thích
figure	Tạo một cửa sổ để vẽ đồ thị.
subplot	Tạo các trục.
plot	Lệnh vẽ 2D cơ bản.
grid	Hiển thị hoặc ẩn các đường lưới trục.
hold	Giữ lại hình hiện tại khi thêm hình mới.
title	Đặt tên đồ thị.
xlabel	Đặt tên trục hoành.

ylabel	Đặt tên trục tung.
legend	Ghi chú thích cho đồ thị.
Xlim, ylim	Thiết lập giới hạn cho trục hoành, trục tung.

4. Ví dụ

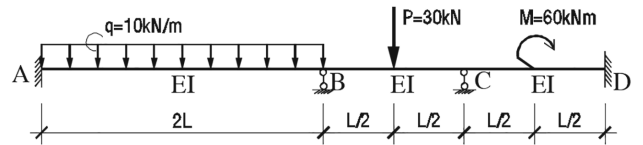
4.1. Tính toán và vẽ biểu đồ nội lực phần tử thanh dầm

Cho dầm có sơ đồ chịu lực và kích thước như hình 1. Thanh có độ cứng EI bằng hằng số. Biết $q = 10\text{kN/m}$, $P = 30\text{kN}$, $M = 60\text{kNm}$, $L = 3\text{m}$, $I = 1728\text{cm}^4$, $E = 2.10^4\text{kN/cm}^2$.

Yêu cầu: tính vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.

GIẢI

* Phương pháp phần tử hữu hạn.



Hình 1. Sơ đồ kết cấu và tải trọng dầm chịu uốn

- Nhập dữ liệu vào chương trình Matlab:

```
q=10;  
P=30;  
M=60;  
D=[2*3 3 3];  
E=2.10^4;  
MInertia=[1728 1728 1728];  
DKB=[0 0 0 1 0 1 0 0];  
LL=[1 2 2 3 3 4];  
PN=[0 0 0 0 0 0*60 0 0];  
qq=[10 0 0];  
PT=[0 30 0];  
MM=[0 0 60];  
kkk=1;  
xlx=[ ];  
ylx=[ ];  
klx=[ ];
```

- Kết quả sau khi chạy chương trình:

*** STEP 4: OUTPUT RESULTS ***

***** Shear Force Spring *****

Element	Location	Value (Q)
---------	----------	-----------

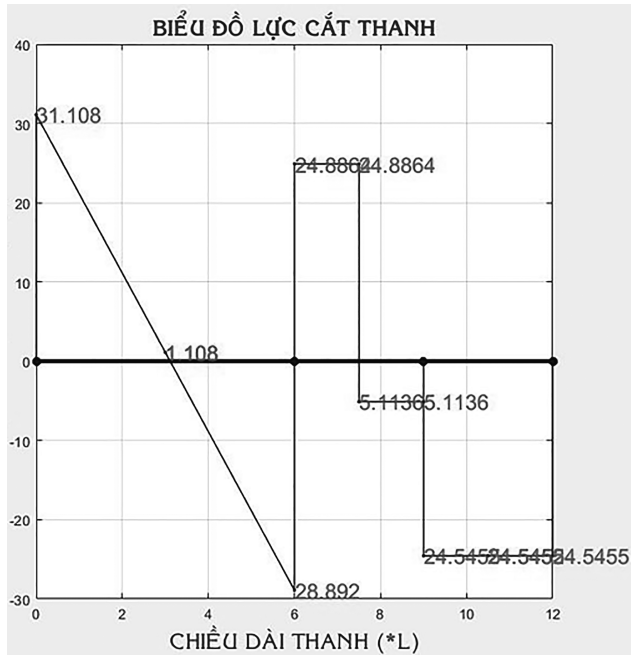
***** Shear Force of Element *****

Element	Location	Value (Q)
1	Node I	31.10795
	Node j	-28.89205
2	Node I	24.88636
	Node j	-5.1136363
3	Node I	-24.54545
	Node j	-24.54545

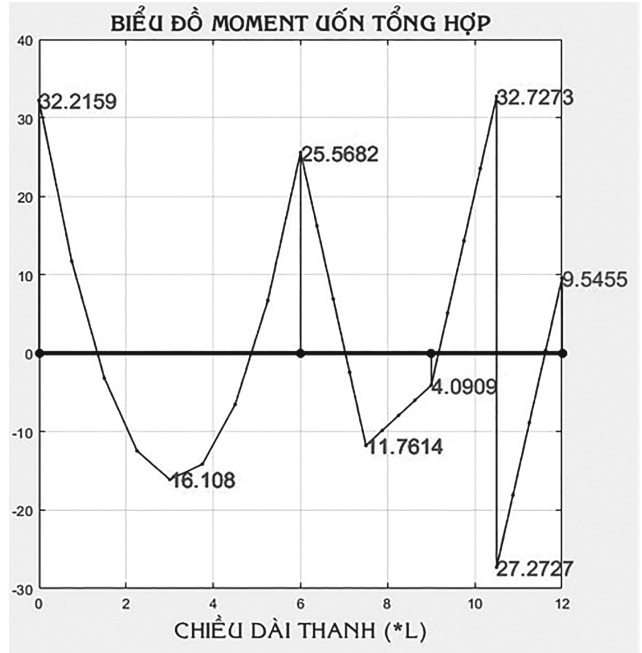
***** Moment of Element *****

Element	Location	Value (M)
1	Node I	-32.21591
	Node j	-25.56818
2	Node I	-25.56818
	Node j	4.090909
3	Node I	4.090909
	Node j	-9.545455

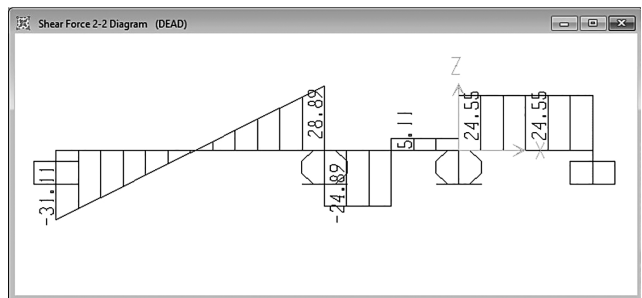
Note: Results are multiplied to coefficient kkk = 1.0



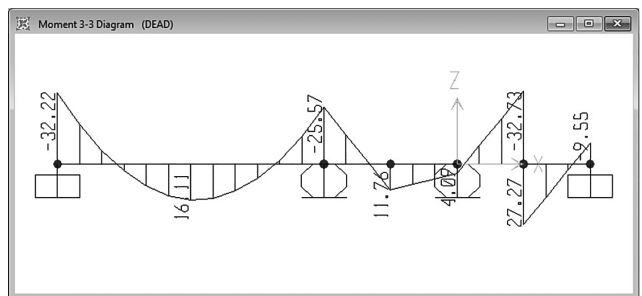
Hình 2. Biểu đồ lực cắt dầm chịu uốn giải bằng Matlab



Hình 3. Biểu đồ mômen dầm chịu uốn giải bằng Matlab



Hình 4. Biểu đồ lực cắt dầm chịu uốn giải bằng Sap2000

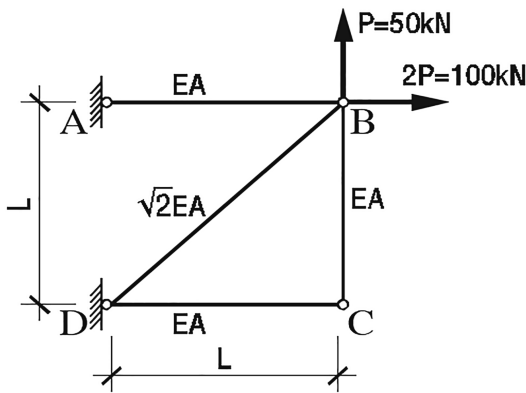


Hình 5. Biểu đồ mômen dầm chịu uốn giải bằng Sap2000

4.2. Tính toán và vẽ biểu đồ nội lực phần tử dàn phẳng

Cho dàn có sơ đồ chịu lực và kích thước như hình 6. Thanh AB, BC, CD có độ cứng EA bằng hằng số, thanh BD có độ cứng $\sqrt{2}EA$. Biết $P = 50\text{kN}$, $L = 2\text{m}$, $A = 25\text{cm}^2$, $E = 2.10^4\text{kN/cm}^2$.

Yêu cầu: tính vẽ biểu đồ nội lực cho dàn.



Hình 6. Sơ đồ kết cấu và tải trọng dàn phẳng

- Nhập dữ liệu vào chương trình Matlab:

```
Area=[25 25*sqrt(2)];
DKB=[0 0 1 1 0 0];
LL=[1 2 3 2];
P=[0 -50];
x=[0 2 0];
y=[0 0 -2];
E=E;
klx=[];
kkk=1;
bieudo=1;
bieudo=0.25;
```

- Kết quả sau khi chạy chương trình:

*** STEP 4: OUTPUT RESULTS ***

***** Displacements *****

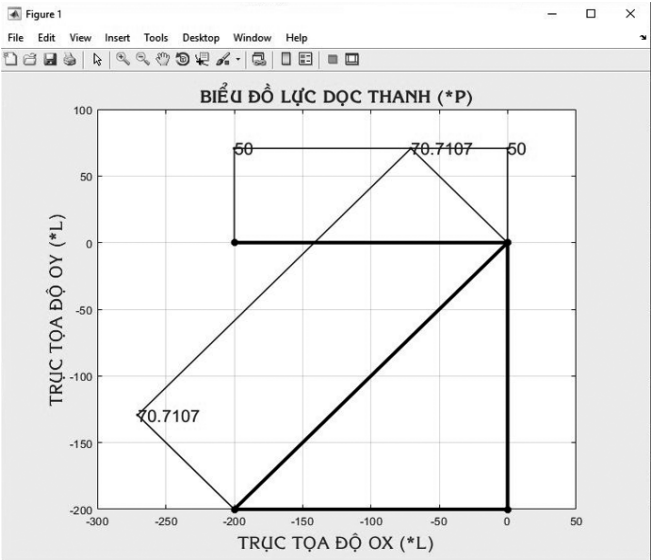
Node	Direction	Value
1	X-Dir	0.02
	Y-Dir	0.02
2	X-Dir	0.0
	Y-Dir	0.0
3	X-Dir	0.0
	Y-Dir	0.0
4	X-Dir	0.0
	Y-Dir	0.02

***** Axial Force of Elements *****

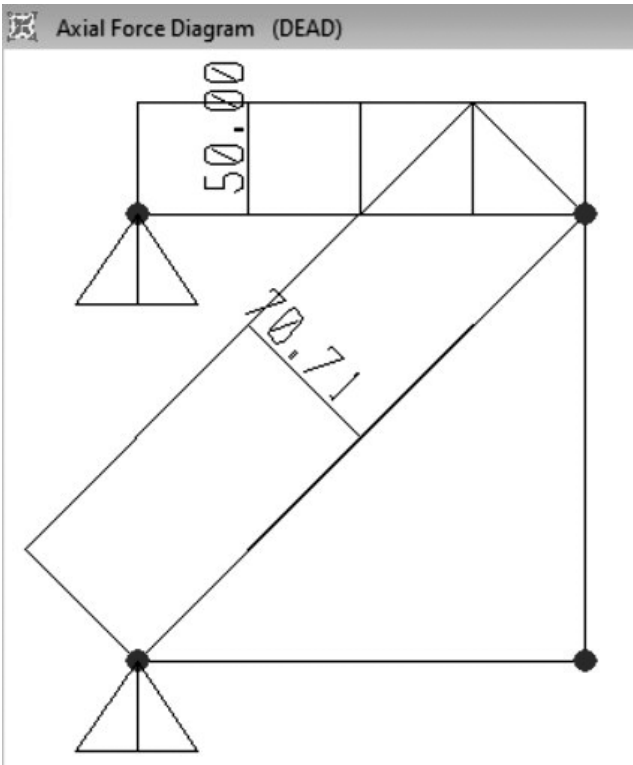
Element	Value (N)
1	50.0
2	70.71068
3	0.0
4	0.0

Note: The value of the Axial Force:
> 0: Axial tension
< 0: Axial compression

Note: Results are multiplied to coefficient kkk = 1.0



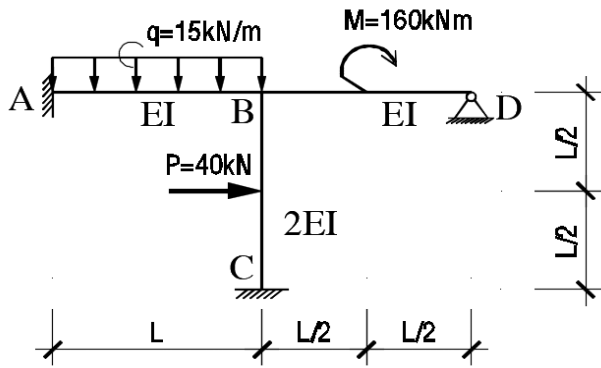
Hình 7. Biểu đồ nội lực dàn phẳng giải bằng Matlab



Hình 8. Biểu đồ nội lực dàn giải bằng Sap2000

4.3. Tính toán và vẽ biểu đồ nội lực phần tử khung phẳng

Vẽ biểu đồ mô men của khung phẳng có sơ đồ kết cấu và tải trọng như Hình 9. Các đoạn AB, BD có độ cứng EI, Đoạn BC có độ cứng bằng 2EI. Biết $q = 15\text{kN/m}$, $P = 40\text{kN}$, $M = 160\text{kNm}$, $L = 4\text{m}$, $I = 1728\text{cm}^4$, $E = 2.10^4\text{kN/cm}^2$.



Hình 9. Sơ đồ kết cấu và tải trọng khung phẳng

- Nhập dữ liệu vào chương trình Matlab:

```
q=15;
P=40;
M=160;
Minertia=[2*1728 1728 1728];
LL=[1 3 2 3 3 4];
DKB=[0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 2];
x=[0 -4 0 4];
y=[0 4 4 4];
PN=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0*160];
qq=[0 15 0];
PT=[40 0 0];
MM=[0 0 160];
E=2.104;
kkk=1;
bieudo=3;
```

- Kết quả sau khi chạy chương trình:

*** STEP 4: OUTPUT RESULTS ***

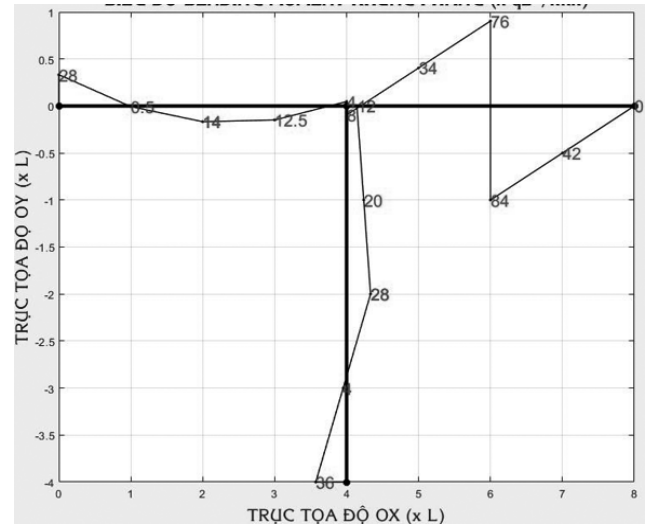
***** Displacements *****

Note	X-Dir	Y-Dir	Rotation
1	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.000000462963
3	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	0.0000009259259

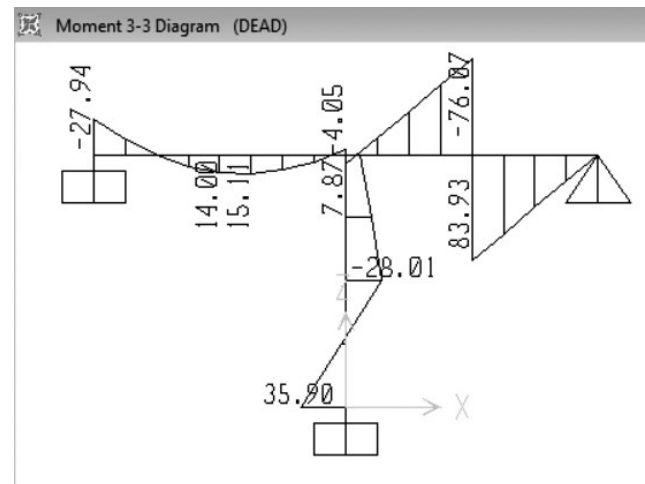
***** Bending Moment *****

Element	Location	Value (M)
1	Node I	-28.0
	Node j	-4.0
2	Node I	-12.0
	Node j	36.0
3	Node I	8.0
	Node j	0.0

Note: Results are multiplied to coefficient kkk = 1.0



Hình 10. Biểu đồ nội lực khung phẳng giải bằng Matlab



Hình 11. Biểu đồ nội lực khung phẳng giải bằng Sap2000

4.4. So sánh kết quả tính toán nội lực cho bài toán dầm, dàn phẳng, khung phẳng giữa Matlab và Sap2000

Dựa vào kết quả nội lực đã tính toán của phương pháp phần tử hữu hạn và Sap2000, tác giả nhận thấy kết quả tính toán hoàn toàn trùng khớp. Tuy nhiên trong quá trình tính toán trong Sap2000 làm tròn số đến 2 chữ số thập phân, trong khi Matlab có thể điều chỉnh số thập phân thể hiện trên biểu đồ dựa vào hệ số điều chỉnh k tùy thuộc yêu cầu độ chính xác. Phương pháp phần tử hữu hạn có thể khắc phục được nhược điểm của Sap2000 là tính toán được cả bài toán với số liệu cụ thể và số liệu tổng quát. Việc khai báo mô men quán tính cũng như giải phóng liên kết trên Sap2000 đòi hỏi

người giải phải nắm rõ về lý thuyết liên kết quy trình khai báo.

5. Kết luận và kiến nghị

Trong giới hạn bài báo tác giả đã trình bày tính toán 3 bài toán điển hình của cơ kết cấu là dầm, dàn, khung phẳng bằng phương pháp phần tử hữu hạn sau đó thể hiện biểu đồ thông qua một số lệnh thông dụng của đồ họa Matlab 2D. Đồng thời so sánh kết quả tính toán bằng phương pháp phần tử hữu hạn với Sap2000, qua đó tác giả nhận thấy những ưu, nhược điểm chính của Matlab nói chung và đồ họa Matlab nói riêng.

* Ưu điểm:

- Tính toán chuyển vị, nội lực của dầm, dàn phẳng, khung phẳng có thể thực hiện một cách nhanh chóng dựa vào việc thay đổi các dòng điển hình tùy thuộc bài toán cụ thể.

- Matlab có thể tính toán cho cả bài toán số liệu cụ thể và cả bài toán tổng quát mà Sap2000 chưa thực hiện được.

- Tất cả các biểu đồ thực hiện trên đồ họa Matlab 2D có thể chia nhỏ thành nhiều đoạn để vẽ

biểu đồ chính xác hơn, đặc biệt khi thể hiện đồ thị đường cong bậc 2.

- Biểu đồ trên đồ họa Matlab có thể thay đổi tỉ lệ về giá trị cũng như hình dạng dễ dàng thông qua thay đổi hệ số k và bieuodo.

- Đồ họa Matlab còn có thể thể hiện biểu đồ nội lực riêng cho từng lực thành phần tác dụng và biểu đồ tổng cho cả thanh, hệ.

* Nhược điểm:

- Trên biểu đồ của đồ họa Matlab chưa thể hiện được vị trí cực trị.

- Code Matlab vẫn còn dài và gặp khó khăn khi đồng bộ giữa các phiên bản Matlab khác nhau.

Tính ứng dụng của Matlab rất cao, có thể sử dụng code đã xây dựng để thiết kế bài tập, đề thi hay đơn giản hơn là kiểm tra việc tính toán nội lực cho các môn học liên quan như cơ lý thuyết, sức bền vật liệu, cơ kết cấu...

Hướng nghiên cứu tiếp theo: tính toán các bài toán cơ kết cấu siêu tĩnh và thể hiện bằng Đồ họa Matlab 3D để đạt hiệu quả cao hơn.

Tài liệu tham khảo

- [1]. Akemi Gálvez, Andrés Iglesias, Flabio Gutiérrez, *Applying MATLAB to Computer Graphics and CAGD. Application to a Visualization Problem in the Automotive Industry*, Moscow, Russia (1999)
- [2]. David V. Hutton, *Fundamentals of finite element analysis*, McGrawHill, 2004
- [3]. Chu Quốc Thắng, *Phương pháp phần tử hữu hạn*, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, 1997.
- [4]. Đỗ Kiến Quốc, *Đàn hồi ứng dụng*, NXB. Đại học Quốc gia Tp. HCM, 2010.
- [5]. Nguyễn Hoài Sơn, Lê Thanh Phong, Mai Đức Đãi, *Ứng dụng phương pháp phần tử hữu hạn trong tính toán kết cấu*, NXB. Đại học Quốc gia Tp. HCM, 2011.
- [6] Nguyễn Thời Trung, Nguyễn Xuân Hùng, *Phương pháp phần tử hữu hạn sử dụng MATLAB*, NXB. Xây dựng, 2015.
- [7]. Trần Ích Thịnh, Ngô Như Khoa, *Phương pháp phần tử hữu hạn*, NXB. Khoa học và Kỹ thuật, 2007.
- [8]. Cao Quốc Khánh, Nguyễn Thanh Trúc, *Nghiên cứu sử dụng Matlab phân tích tĩnh hệ thanh phẳng bằng phương pháp phần tử hữu hạn*, Đề tài KH&CN, Trường Đại học Xây dựng Miền Tây, 2019.